3. $\int_e^{e^2} x^2 \ln x \, dx$.

4. $\int_e^1 \frac{x-1}{x+1} dx$.

5. $\int_1^2 5x(\ln x)^2 dx$.

6. $\int_3^2 \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$.

7. $\int_2^3 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx$.

8. $\int_4^2 \frac{dx}{x \ln x}$.

9. $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$.

10. $\int_0^1 \frac{x^2+3x-1}{2x+1} dx$.

7 Soit f la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $f(x)=\frac{1}{x^2(x-1)}$.

1. Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout $x \in]1,+\infty[$,
$f(x)=\frac{a}{x}+\frac{b}{x^2}+\frac{c}{x-1}$.

2. Calculer alors $\int_2^3 f(x) dx$.

3. En déduire la valeur de $\int_2^3 \frac{\ln(x-1)dx}{x^3}$.

8 Etudier, dans chacun des cas ci-dessous, f et tracer sa courbe représentative.

1. $f: x \mapsto (\ln x)^2$.

2. $f: x \mapsto \frac{1}{\ln x}$.

3. $f: x \mapsto \ln(\ln x)$.

4. $f: x \mapsto \ln|x| + \ln(x^2-3)$.

9 Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=2-x+\frac{\ln x}{x}$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

2. Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=1-x^2-\ln x$.

a. Etudier le sens de variation de g.

b. Calculer $g(1)$. En déduire le signe de g.

3. Vérifier que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

4. On désigne par C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

a. Montrer que la droite $\Delta: y=-x+2$ est une asymptote à C.

b. Etudier la position relative de C et Δ.

c. Tracer C et Δ.

10 Soit la fonction $f: x \mapsto (\ln x)^2 - 3\ln x + 2$.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Construire, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction f et préciser les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe $(O,\vec{i})$.

3. Montrer que la fonction $F: x \mapsto x(\ln x)^2 - 5x\ln x + 7x$ est une primitive de la fonction f sur $]0,+\infty[$.

4. Calculer l'aire du domaine du plan limitée par la courbe de f et les droites d'équations respectives $x=e$, $x=e^2$ et $y=0$.

11 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\ln|x|<1$.

2. On considère la fonction f définie par
$f(x)=\begin{cases} 2x-x\ln|x|, & \text{si } x\neq 0, \\ 0 & \text{si } x=0. \end{cases}$

a. Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f sur son ensemble de définition.

b. Etudier la parité de f, puis dresser le tableau de variation de f.

c. Construire dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe de f et préciser la tangente au point d'abscisse 0, ainsi que la nature des branches infinies.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn